

1 Kirchhoff'sche Gesetze

Gültigkeit nur dann gegeben, wenn Bedingung $d \ll \lambda = \frac{c}{f}$ erfüllt ist (d : räumliche Ausdehnung der Schaltung, c : Ausbreitungsgeschwindigkeit im jeweiligen Medium, f : Signalfrequenz).

- **KCL**: $\sum_{Knoten} i_k(t) = 0$: in einen Knoten hineinfließende Ströme werden negativ gezählt, andere positiv
- **KVL**: $\sum_{Maschen} u_m(t) = 0$: Spannungen in Umlaufrichtung der Masche positiv, andere negativ

2 Resistive Eintore (Zweipole)

2.1 Beschreibungsformen

- **implizite Darstellung**: (existiert immer, nicht eindeutig): Nullstellenmenge $f_{\mathcal{F}}(u, i) = 0$, Beispiel: Diodenkennlinie in impliziter Form $f_{\mathcal{F}}(u, i) = i - I_s(\exp \frac{u}{U_T} - 1) = 0$
- **parametrisierte Darstellung**: (nicht eindeutig): $u = u_F(\lambda), i = i_F(\lambda)$
- **explizite Darstellung**: (eindeutig): $u = r(i), i = g(u)$

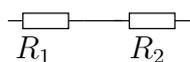
Sofern möglich, stets explizite Funktionsgleichungen verwenden!

2.2 Eigenschaften

- **gepolt/ungepolt**: bei ungepolteten Bauteilen ist die Kennlinie punktsymmetrisch zum Ursprung; d.h. falls $(u, i) \in \mathcal{F} \Rightarrow (-u, -i) \in \mathcal{F}$
- **aktiv/passiv**: \mathcal{F} heißt aktiv, falls $\exists (u, i) \in \mathcal{F} : u \cdot i < 0$ (Kennlinie besitzt einen gewissen Teil im zweiten oder vierten Quadranten) \mathcal{F} heißt passiv, falls $\forall (u, i) \in \mathcal{F} : u \cdot i > 0$ (Kennlinie verläuft nur im ersten und dritten Quadranten)
- **verlustfrei/verlustbehaftet**: \mathcal{F} heißt verlustfrei, falls $\forall (u, i) \in \mathcal{F} : u \cdot i = 0$, \mathcal{F} heißt verlustbehaftet, falls $\exists (u, i) \in \mathcal{F} : u \cdot i \neq 0$
- **quellenfrei**: $(u = 0V, i = 0A) \in \mathcal{F}$
- **stromgesteuert**: es existiert eine explizite Beschreibung der Form $u = r(i)$ (Strom als steuernde Größe für die Spannung)
- **spannungsgesteuert**: es existiert eine explizite Beschreibung der Form $i = g(u)$ (Spannung als steuernde Größe für den Strom)
- **strenglinear**: Kennlinie des Bauteils ist eine lineare Funktion mit $(u = 0V, i = 0A) \in \mathcal{F}$
- **linear**: Kennlinie des Bauteils ist eine affine Funktion: $(u = 0V, i = 0A) \notin \mathcal{F}$ im Allgemeinen
- **dual**: Strom und Spannung ändern ihre Rolle: $(u, i) \in \mathcal{F} \Rightarrow (R_d i, \frac{u}{R_d}) \in \mathcal{F}_d$; graphisch geschieht eine Dualwandlung durch Spiegelung der Kennlinie an der Winkelhalbierenden des ersten und dritten Quadranten (auf richtige Skaleneinteilung achten)

2.3 Zusammenschaltung von Eintoren

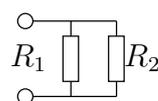
→ **Serienschaltung**:



$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

Graphisches Vorgehen: Addition der Spannungswerte bei gleichen Stromwerten (Graphen nebeneinander)

→ **Parallelschaltung**:



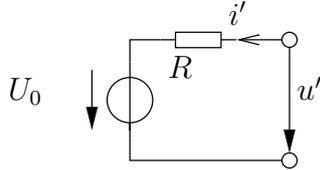
$$R_{ges} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = G_1 + G_2$$

Graphisches Vorgehen: Addition der Stromwerte bei gleichen Spannungswerten (Graphen untereinander)

2.4 Quellwandlungen

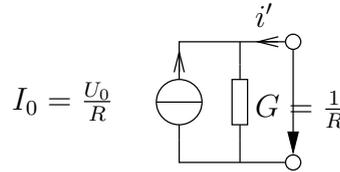
Oftmals kann sich die Analyse einer Schaltung vereinfachen, wenn eine Quellwandlung vorgenommen wird. Insbesondere bei einer Knotenspannungsanalyse ist dieser Schritt sogar erforderlich:

→ **Helmholtz-Thévenin:**



$$u' = U_0 + Ri'$$

→ **Mayer-Norton:**

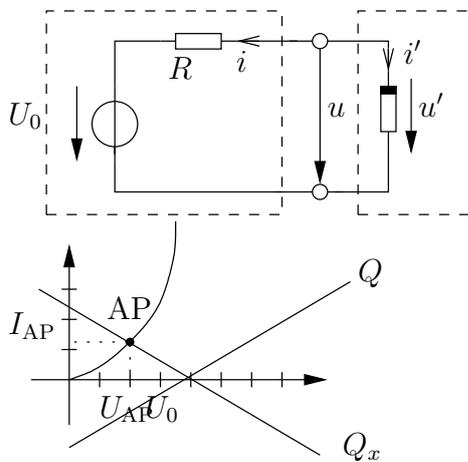


$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

$$i' = Gu' - GU_0 = Gu' - I_0, \text{ mit } G = \frac{1}{R}$$

ACHTUNG! Geänderte Zählpfeilrichtung unbedingt beachten!

2.5 Linearisierung von nicht-linearen Bauelementen



1. Arbeitspunktbestimmung (graphisch oder rechnerisch): hierzu ist zunächst eine Aufteilung der Schaltung in Quellen- und Lastentor nötig (wie auch in nebenstehender Graphik veranschaulicht)

- graphische Arbeitspunktbestimmung: hierzu wird in den Graphen des Eintors die externe Quellenkennlinie Q_x (Quellenkennlinie Q gespiegelt an der u -Achse) eingezeichnet; die hierdurch entstehenden Schnittpunkt spezifizieren mögliche APs
- rechnerische Arbeitspunktbestimmung: der Ansatz hierfür besteht in den beiden folgenden Gleichungen, die nach einer passenden Variablen aufgelöst und anschließend in einander eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} u &= u' \\ i &= -i' \end{aligned}$$

2. Linearisierung der Beschreibungsgleichungen $u = r(i), i = g(u)$ in der Umgebung des AP

- graphische Linearisierung: Errichten einer Tangente an die Eintor-Kennlinie im gemeinsamen AP
- rechnerische Linearisierung: Berechnen der Steigung der Tangente durch Ableiten im AP, Einsetzen in die Punkt-Steigungs-Form ($y = m(x - x_0) + y_0$)

$$\begin{aligned} \left. \frac{dr(i)}{di} \right|_{AP} = r &\Rightarrow \Delta u = r(\Delta i - I_{AP}) + U_{AP} \\ \left. \frac{dg(u)}{du} \right|_{AP} = g &\Rightarrow \Delta i = g(\Delta u - U_{AP}) + I_{AP} \end{aligned}$$

2.6 Wichtige Eintore

Bauteilsymbol	Beschreibung	Kennlinie
	Leerlauf: $u = \text{beliebig}, i = 0$	
	Kurzschluss: $u = 0, i = \text{beliebig}$	
	Nullator: $u = 0, i = 0$	
	Norator: $u = \text{beliebig}, i = \text{beliebig}$	
 $R = \frac{1}{G}$	Widerstand: $u = Ri, i = Gu$	
	konkaver Widerstand: beschrieben durch das Parameterpaar (G, U) : Kennlinie besteht demnach aus einer Halbgerade von $(-\infty, U)$ auf der u -Achse sowie einer weiteren Halbgeraden vom Punkt $(U, 0)$ aus und der Steigung G ; kann zur besseren Modellierung einer realen Diode genutzt werden G	
	konvexer Widerstand: beschrieben durch das Parameterpaar (R, I) : Kennlinie besteht demnach aus einer Halbgerade von $(-\infty, I)$ auf der i -Achse sowie einer weiteren Halbgeraden vom Punkt $(0, I)$ und der Steigung $1/R$	
 reale Diode ideale Diode	pn-Diode: $u = U_T(\ln(\frac{i}{I_s} + 1)), i = I_s(e^{u/U_T} - 1)$ ideale Diode: $i_d = 0A$ für $u_D < 0V$, $i_d = \text{beliebig}$ für $u_D = 0V$ (bei Schaltungsanalyse jeweils Fallunterscheidung nach den beiden Bereichen notwendig)	
	Zenerdiode: unterhalb der Zenerspannung U_Z fließt ein großer Strom (Zenereffekt); häufig zur Spannungsstabilisierung eingesetzt	
	Spannungsquelle: $u = U_0, i = \text{beliebig}$	
	Stromquelle: $u = \text{beliebig}, i = I_0$	

3 Zweitore (Vierpole)

3.1 Beschreibungsformen

→ **Kernbeschreibung:** diese entspricht der impliziten Beschreibung bei Eintoren: $(\mathbf{M} \ \mathbf{N}) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{i} \end{pmatrix} = 0$; sind \mathbf{M} oder \mathbf{N} invertierbar so lassen sich hieraus auch die entsprechenden expliziten Beschreibungen gewinnen

→ **Bildbeschreibung:** $\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{c}$; die Matrix

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1^{(1)} & u_1^{(2)} \\ u_2^{(1)} & u_2^{(2)} \\ i_1^{(1)} & i_1^{(2)} \\ i_2^{(1)} & i_2^{(2)} \end{pmatrix}$$

ist dabei die Betriebsmatrix, welche stets durch zwei möglichst einfache, linear unabhängige Messungen (z.B. 1. Messung $u_1^{(1)} = 1V, u_2^{(1)} = 0V$, 2. Messung: $u_1^{(2)} = 0V, u_2^{(2)} = 1V$) bestimmt werden kann; folglich keine eindeutige Lösung möglich, da beliebig mit Skalar multiplizierbar

→ **explizite Beschreibung:**

- Widerstandsbeschreibung: $u_1 = r_1(i_1, i_2), u_2 = r_2(i_1, i_2)$
- Leitwertsbeschreibung: $i_1 = g_1(u_1, u_2), i_2 = g_2(u_1, u_2)$
- Hybridbeschreibung: $u_1 = h_1(i_1, u_2), i_2 = h_2(i_1, u_2)$
- inverse Hybridbeschreibung: $i_1 = h'_1(u_1, i_2), u_2 = h'_2(u_1, i_2)$
- Kettenbeschreibung: $u_1 = a_1(u_2, -i_2), i_1 = a_2(u_2, -i_2)$
- inverse Kettenbeschreibung: $u_2 = a'_1(u_1, -i_1), i_2 = a'_2(u_1, -i_1)$

3.2 Umrechnen der Zweitormatrizen

Tabelle zur Umrechnung siehe letzte Seite dieser Formelsammlung.

3.3 Eigenschaften

→ **verlustlos:** $\forall t : p_1(t) + p_2(t) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{i} = 0$; anderenfalls ist das Zweitor verlustbehaftet

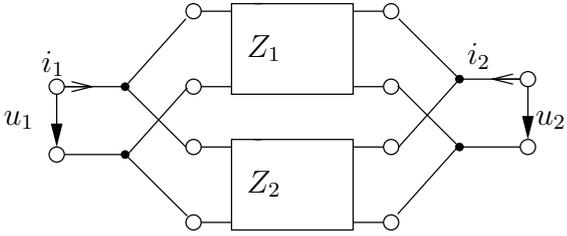
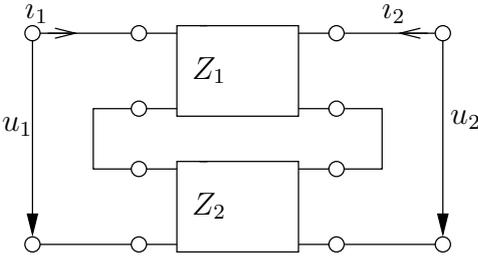
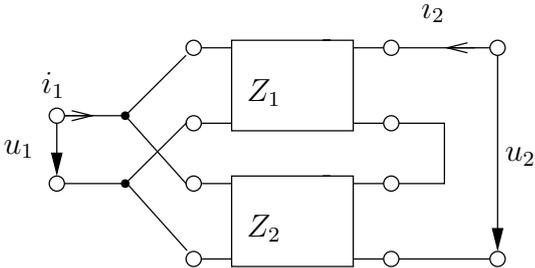
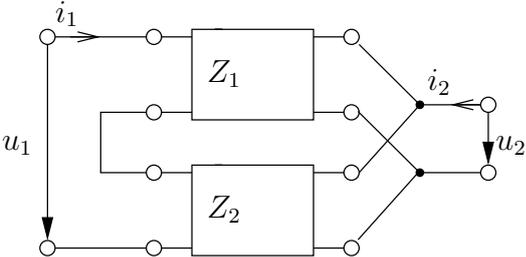
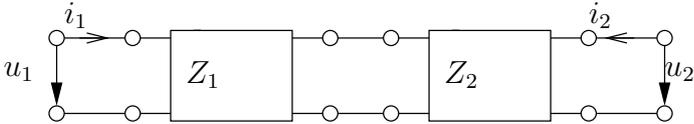
→ **aktiv/passiv:** \mathcal{F} heißt aktiv, falls $\exists \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{i} \end{pmatrix} \in \mathcal{F} : \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{i} < 0$; der Fall eines passiven Zweitores liegt also vor wenn $\forall \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{i} \end{pmatrix} \in \mathcal{F} : \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{i} \geq 0$; Aktivität und Verlustlosigkeit schließen demnach einander aus!

→ **Dualität:** wie auch bei Eintoren tauschen hier \mathbf{u} und \mathbf{i} über die Dualitätskonstante R_d ihre Rollen: $\mathbf{U} = R_d \cdot \mathbf{I}_d, \mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}_d}{R_d}$

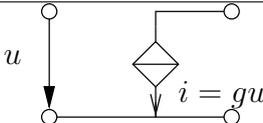
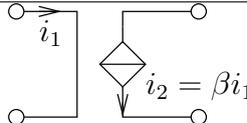
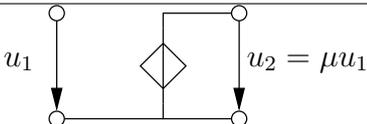
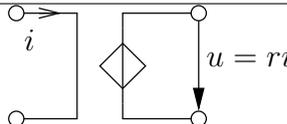
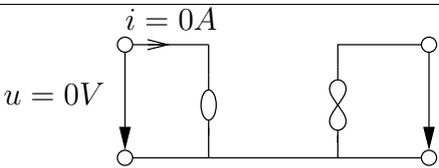
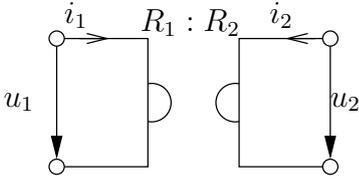
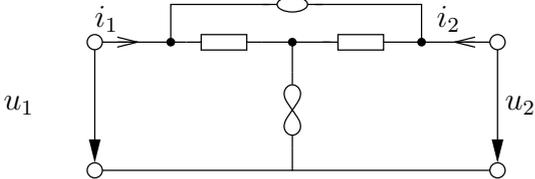
→ **Umkehrbarkeit:** ein Vertauschen der beiden Tore hat keinen Einfluss auf den Betriebsraum; $\mathbf{R} = \mathbf{PRP}, \mathbf{G} = \mathbf{PGP}, \mathbf{H} = \mathbf{PH'P}, \mathbf{A} = \mathbf{A'}$, wobei \mathbf{P} die sog. Permutationsmatrix $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ bezeichnet

→ **Reziprozität:** Übertragungssymmetrie: $\mathbf{G} = \mathbf{G}^T, \mathbf{R} = \mathbf{R}^T, \det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}' = 1$

3.4 Verschaltung von Zweitoren

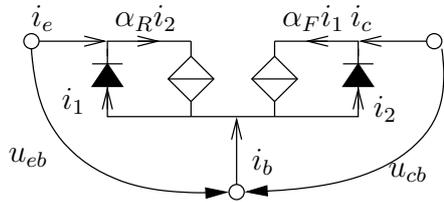
<p>Parallelschaltung:</p>  <p>$G_{ges} = G_{Z_1} + G_{Z_2}$</p>	<p>Serienschaltung</p>  <p>$R_{ges} = R_{Z_1} + R_{Z_2}$</p>
<p>Parallelserienschaltung:</p>  <p>$H'_{ges} = H'_{Z_1} + H'_{Z_2}$</p>	<p>Serienparallelschaltung</p>  <p>$H_{ges} = H_{Z_1} + H_{Z_2}$</p>
<p>Kettenschaltung</p>  <p>$A_{ges} = A_{Z_1} \cdot A_{Z_2}$ oder $A'_{ges} = A'_{Z_2} \cdot A'_{Z_1}$</p>	

3.5 Wichtige Zweitore

<p>USI</p>  <p>$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-1}{g} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$</p>	<p>ISI</p>  <p>$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\beta} \end{pmatrix}$</p>
<p>USU</p>  <p>$\mathbf{H}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$</p>	<p>ISU</p>  <p>$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 \end{pmatrix}$</p>
<p>Nullor</p>  <p>$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$</p>	
<p>Gyrator</p>  <p>Beschreibungsgleichungen: $u_1 = -i_2 R_1, u_2 = i_1 R_2$</p> <p>$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 & R_1 \\ -R_2 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_1} & 0 \end{pmatrix} \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & -R_1 \\ R_2 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 0 \end{pmatrix} \mathbf{A}' = \begin{pmatrix} 0 & -R_2 \\ -\frac{1}{R_1} & 0 \end{pmatrix}$</p> <p><i>Bedeutung/Aufgabe:</i> Anwendung als Dualwandler (Kapazität ↔ Induktivität, Stromquelle ↔ Spannungsquelle)</p>	
<p>NIK (Negativer Immitanz Konverter)</p>  <p>$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{k} \end{pmatrix} \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & -k \\ -k & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}' = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{k} \\ -\frac{1}{k} & 0 \end{pmatrix} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -k & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} \end{pmatrix} \mathbf{A}' = \begin{pmatrix} -\frac{1}{k} & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$</p> <p><i>Bedeutung/Aufgabe:</i> Realisation eines negativen Widerstands</p>	

4 Bipolartransistoren

4.1 Ebers-Moll-Modell

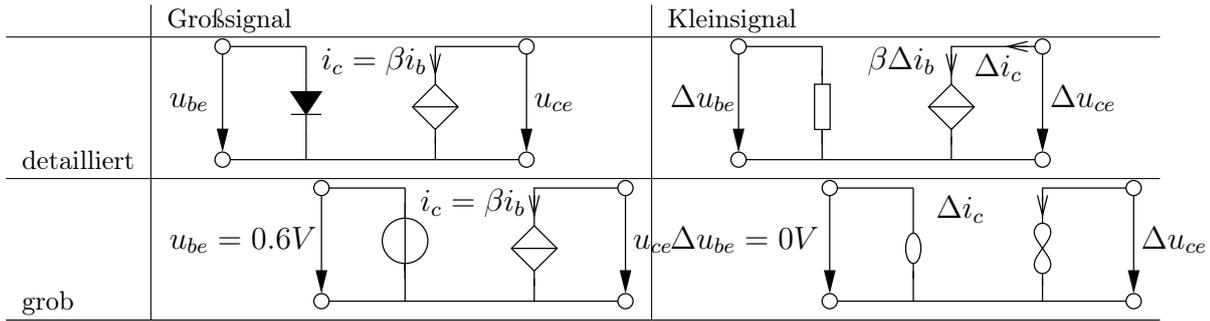


Vorwärtsbetrieb (normaler Betriebsmodus), npn-Typ:

→ $u_{cb} \geq 0$: Kollektor-Basis-Diode sperrt

→ $u_{be} \geq 0$: Emitter-Basis-Diode in Durchlassrichtung

4.2 Vereinfachende ESBs für Emitterschaltung



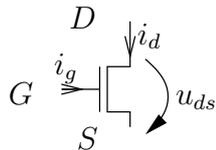
5 Feldeffekt-Transistoren, MOSFETS

→ **MOSFET**: Metall Oxide Semiconductor Field Effect Transistor

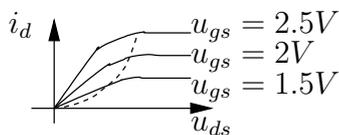
→ **CMOS**: Complementary Metall Oxide Semiconductor, d.h. Verwendung komplementärer Bauteile in einer Schaltung (p-MOS, n-MOS); Vorteil dieses Vorgehens besteht darin, dass in den beiden Hauptbetriebsbereichen $u = U_B$ und $u = 0V$ kaum eine Stromentnahme aus der Quelle stattfindet

5.1 Shichman-Hodges-Modell

→ **n-Kanal-Enhancement** (normally-off)



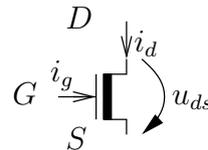
$$U_{th} \geq 0$$



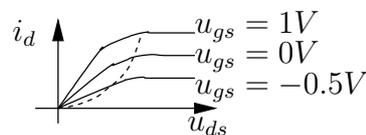
$$i_g = 0A$$

$$i_d = \begin{cases} 0, & u_{gs} - U_{th} \leq 0 \quad (\text{Sperrbereich}) \\ \beta \left((u_{gs} - U_{th})u_{ds} - \frac{1}{2}u_{ds}^2 \right) (1 + \lambda u_{ds}), & 0 \leq u_{gs} - U_{th} \leq u_{ds} \quad (\text{linearer Bereich}) \\ \frac{1}{2}\beta (u_{gs} - U_{th})^2 (1 + \lambda u_{ds}), & 0 \leq u_{gs} - U_{th} \leq u_{ds} \quad (\text{Sättigungsbereich}) \end{cases}$$

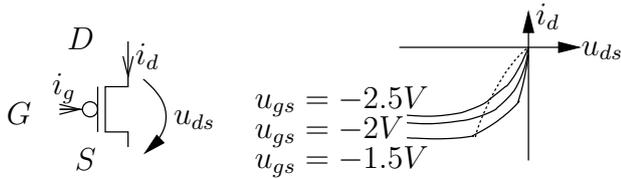
→ **n-Kanal-Depletion** (normally-on)



$$U_{th} \leq 0$$



→ **p-Kanal-Enhancement** (p-Kanal-Depletion findet in der Praxis keine Anwendung):



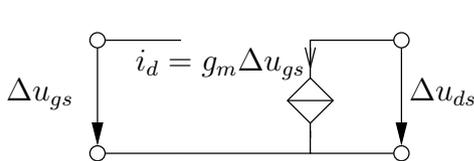
$$i_g = 0A$$

$$i_d = \begin{cases} 0, & u_{gs} - U_{th} \geq 0 \quad (\text{Sperrbereich}) \\ -\beta \left((u_{gs} - U_{th})u_{ds} - \frac{1}{2}u_{ds}^2 \right) (1 - \lambda u_{ds}), & 0 \geq u_{gs} - U_{th} \geq u_{ds} \quad (\text{linearer Bereich}) \\ -\frac{1}{2}\beta(u_{gs} - U_{th})^2(1 - \lambda u_{ds}), & 0 \geq u_{gs} - U_{th} \geq u_{ds} \quad (\text{Sättigungsbereich}) \end{cases}$$

Der Term $1 + \lambda u_{ds}$ beschreibt die sog. Kanallängenmodulation, also eine Bauteilspezifische Eigenart. Diese Erweiterung kann in der Regel vernachlässigt werden.

5.2 Kleinsignal-ESB

→ **Sättigung:**

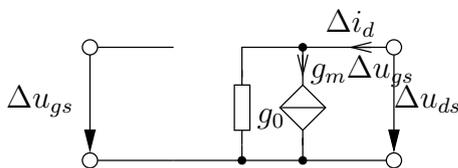


$$i_d = \frac{1}{2}\beta(u_{gs} - U_{th})^2$$

$$\left. \frac{\partial i_d}{\partial u_{gs}} \right|_{AP} = \beta(u_{gs} - U_{th}) = g_m$$

$$\left. \frac{\partial i_d}{\partial u_{ds}} \right|_{AP} = 0$$

→ **linearer Bereich:**



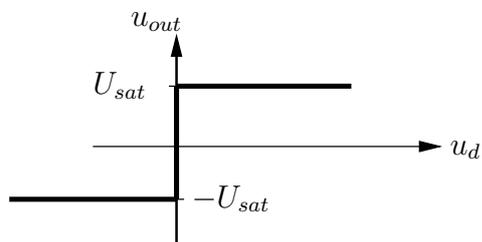
$$i_d = \beta \left((u_{gs} - U_{th})u_{ds} - \frac{1}{2}u_{ds}^2 \right)$$

$$\left. \frac{\partial i_d}{\partial u_{gs}} \right|_{AP} = \beta U_{ds} = g_m$$

$$\left. \frac{\partial i_d}{\partial u_{ds}} \right|_{AP} = \beta(u_{gs} - U_{th}) - \beta U_{ds} = g_0$$

6 Operationsverstärker

→ **Kennlinie eines idealisierten Operationsverstärkers** (mit unendlicher Verstärkung):

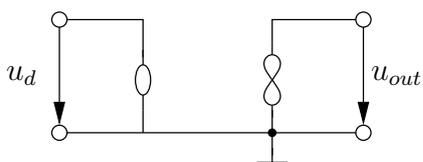


$$u_{out} = -U_{sat}, u_d < 0V$$

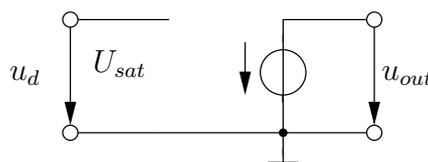
$$u_{out} = 0V, u_d = 0V \quad (\text{Nullmodell})$$

$$u_{out} = +U_{sat}, u_d > 0V$$

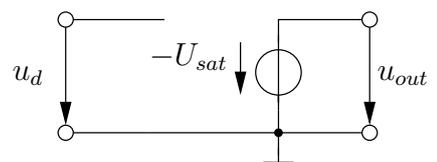
→ **ESB:**



Nullmodell, d.h. $u_d = 0V$



positive Sättigung



negative Sättigung

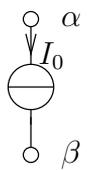
7 Knotenspannungsanalyse

7.1 Generelles Vorgehen

1. Linearisierung
2. nicht-spannungsgesteuerte Elemente (Spannungsquelle, ISI, ISU) ersetzen (z.B. mittels Gyrator, Quellwandlung vornehmen, R und $-R$ in Reihe)
3. Knoten bis auf Masse nummerieren
4. einzelne Elemente wie unten gezeigt in Knotenspannungsmatrix \mathbf{Y}_K eintragen

7.2 Eintragung von Bauelementen

Quellen:



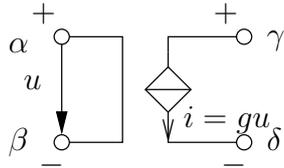
$$\mathbf{i}_q = \begin{matrix} \vdots \\ \alpha \begin{pmatrix} -I_0 \\ \vdots \\ I_0 \\ \vdots \end{pmatrix} \\ \beta \end{matrix}$$

Widerstände:



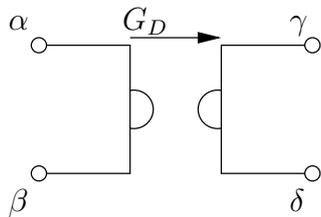
$$\mathbf{Y}_K = \begin{matrix} \alpha & \beta \\ \alpha \begin{pmatrix} \dots & G & \dots & -G & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta \begin{pmatrix} \dots & -G & \dots & G & \dots \end{pmatrix} \end{matrix}$$

USI:



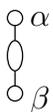
$$\mathbf{Y}_K = \begin{matrix} \alpha(+), \beta(-) \\ \gamma(+), \delta(-) \\ \begin{pmatrix} \dots & g & \dots & -g & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & -g & \dots & g & \dots \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Gyrator:



$$\mathbf{Y}_K = \begin{matrix} \dots & \alpha & \dots & \beta & \dots & \gamma & \dots & \delta \\ \alpha \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & G_D & \dots & -G_D \\ \vdots & \vdots \\ \beta \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -G_D & \dots & G_D \\ \vdots & \vdots \\ \gamma \begin{pmatrix} \dots & -G_D & \dots & G_D & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots \\ \delta \begin{pmatrix} \dots & G_D & \dots & -G_D & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Nullator:



Addition der Spalten α und β ; Ergebnis hiervon wird z.B. in Spalte α zusammengefasst, Spalte β wird gestrichen – entsprechendes geschieht mit $u_{k\beta}$ im \mathbf{u}_K Vektor; ist einer der beiden Knoten der Bezugsknoten, so wird die betreffende Spalte komplett gestrichen

Norator:



Addition der Zeilen α und β ; Ergebnis hiervon wird z.B. in Zeile α zusammengefasst, Zeile β wird gestrichen – entsprechendes geschieht mit $i_{q\beta}$ im \mathbf{i}_q Vektor; ist einer der beiden Knoten Bezugsknoten, so wird die betreffende Zeile komplett gestrichen

	R	G	H	H'	A	A'
R	$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\det \mathbf{G}} \begin{pmatrix} g_{22} & -g_{12} \\ -g_{21} & g_{11} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{h_{22}} \begin{pmatrix} \det \mathbf{H} & h_{12} \\ -h_{21} & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{h'_{11}} \begin{pmatrix} 1 & -h'_{12} \\ h'_{21} & \det \mathbf{H}' \end{pmatrix}$	$\frac{1}{a_{21}} \begin{pmatrix} a_{11} & \det \mathbf{A} \\ 1 & a_{22} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{a'_{21}} \begin{pmatrix} a'_{22} & 1 \\ \det \mathbf{A}' & a'_{11} \end{pmatrix}$
G	$\frac{1}{\det \mathbf{R}} \begin{pmatrix} r_{22} & -r_{12} \\ -r_{21} & r_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{h_{11}} \begin{pmatrix} 1 & -h_{12} \\ h_{21} & \det \mathbf{H} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{h'_{22}} \begin{pmatrix} \det \mathbf{H}' & h'_{12} \\ -h'_{21} & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{a_{12}} \begin{pmatrix} a_{22} & -\det \mathbf{A} \\ -1 & a_{11} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{a'_{12}} \begin{pmatrix} a'_{11} & -1 \\ -\det \mathbf{A}' & a'_{22} \end{pmatrix}$
H	$\frac{1}{r_{22}} \begin{pmatrix} \det \mathbf{R} & r_{12} \\ -r_{21} & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{g_{11}} \begin{pmatrix} 1 & -g_{12} \\ g_{21} & \det \mathbf{G} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\det \mathbf{H}'} \begin{pmatrix} h'_{22} & -h'_{12} \\ -h'_{21} & h'_{11} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{a_{22}} \begin{pmatrix} a_{12} & \det \mathbf{A} \\ -1 & a_{21} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{a'_{11}} \begin{pmatrix} a'_{12} & 1 \\ -\det \mathbf{A}' & a'_{21} \end{pmatrix}$
H'	$\frac{1}{r_{11}} \begin{pmatrix} 1 & -r_{12} \\ r_{21} & \det \mathbf{R} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{g_{22}} \begin{pmatrix} \det \mathbf{G} & g_{12} \\ -g_{21} & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\det \mathbf{H}} \begin{pmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} h_{11} & h'_{12} \\ h_{21} & h'_{22} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{a_{11}} \begin{pmatrix} a_{21} & -\det \mathbf{A} \\ 1 & a_{12} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{a'_{22}} \begin{pmatrix} a'_{21} & -1 \\ \det \mathbf{A}' & a'_{12} \end{pmatrix}$
A	$\frac{1}{r_{21}} \begin{pmatrix} r_{11} & \det \mathbf{R} \\ 1 & r_{22} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{g_{21}} \begin{pmatrix} -g_{22} & -1 \\ -\det \mathbf{G} & -g_{11} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{h_{21}} \begin{pmatrix} -\det \mathbf{H} & -h_{11} \\ -h_{22} & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{h'_{21}} \begin{pmatrix} 1 & h'_{22} \\ h'_{11} & \det \mathbf{H}' \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\det \mathbf{A}'} \begin{pmatrix} a'_{22} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{11} \end{pmatrix}$
A'	$\frac{1}{r_{12}} \begin{pmatrix} r_{22} & \det \mathbf{R} \\ 1 & r_{11} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{g_{12}} \begin{pmatrix} -g_{11} & -1 \\ -\det \mathbf{G} & -g_{22} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{h_{12}} \begin{pmatrix} 1 & h_{11} \\ h_{22} & \det \mathbf{H} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{h'_{12}} \begin{pmatrix} -\det \mathbf{H}' & -h'_{22} \\ -h'_{11} & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\det \mathbf{A}} \begin{pmatrix} a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix}$