

Aufgabe 3 Instrumentenverstärker (35 Punkte)

In Bild 6 sei die Schaltung eines sogenannten Instrumentenverstärkers gegeben. Dieser wird häufig in der Meßtechnik eingesetzt. In dieser Aufgabe darf für alle drei Operationsverstärker angenommen werden, dass sie im streng linearen Bereich betrieben werden.

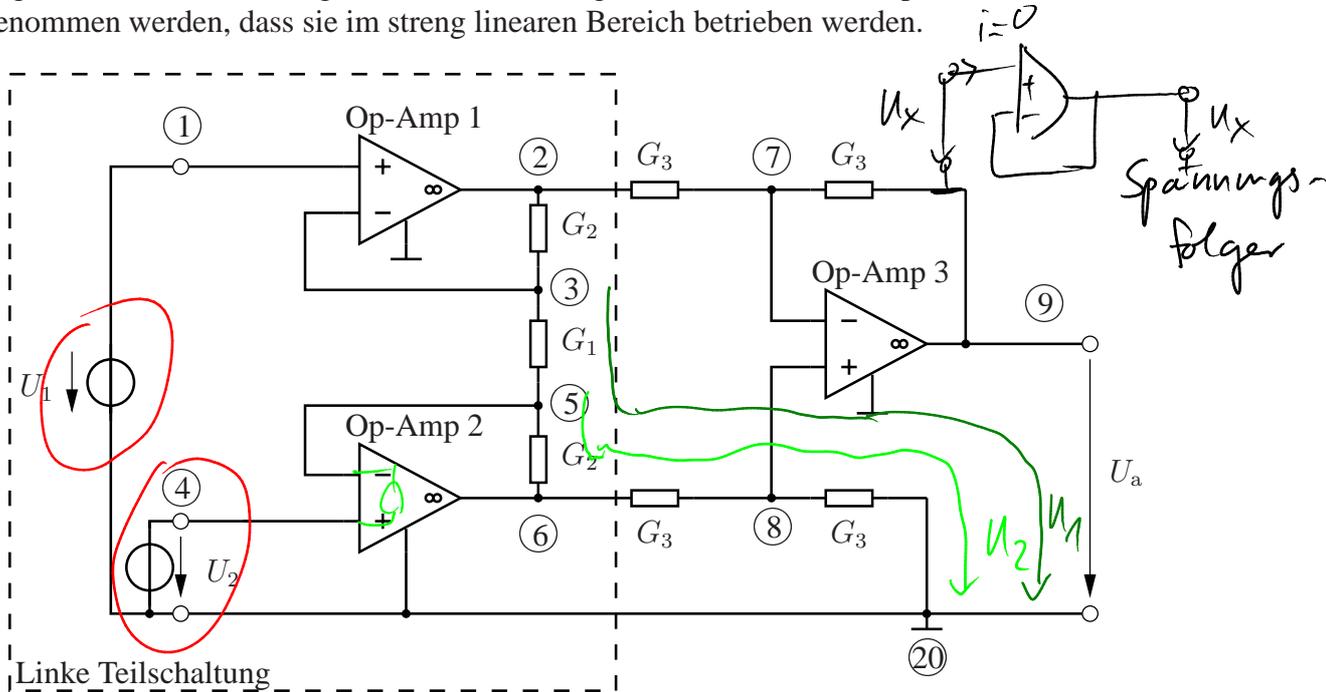


Bild 6. Instrumentenverstärker

a)* Welchen entscheidenden Schritt müssen Sie durchführen, um diese Schaltung der Knotenspannungsanalyse zugänglich zu machen? Geben Sie hierbei auch die Bauelemente an, die von diesem Schritt betroffen sind.

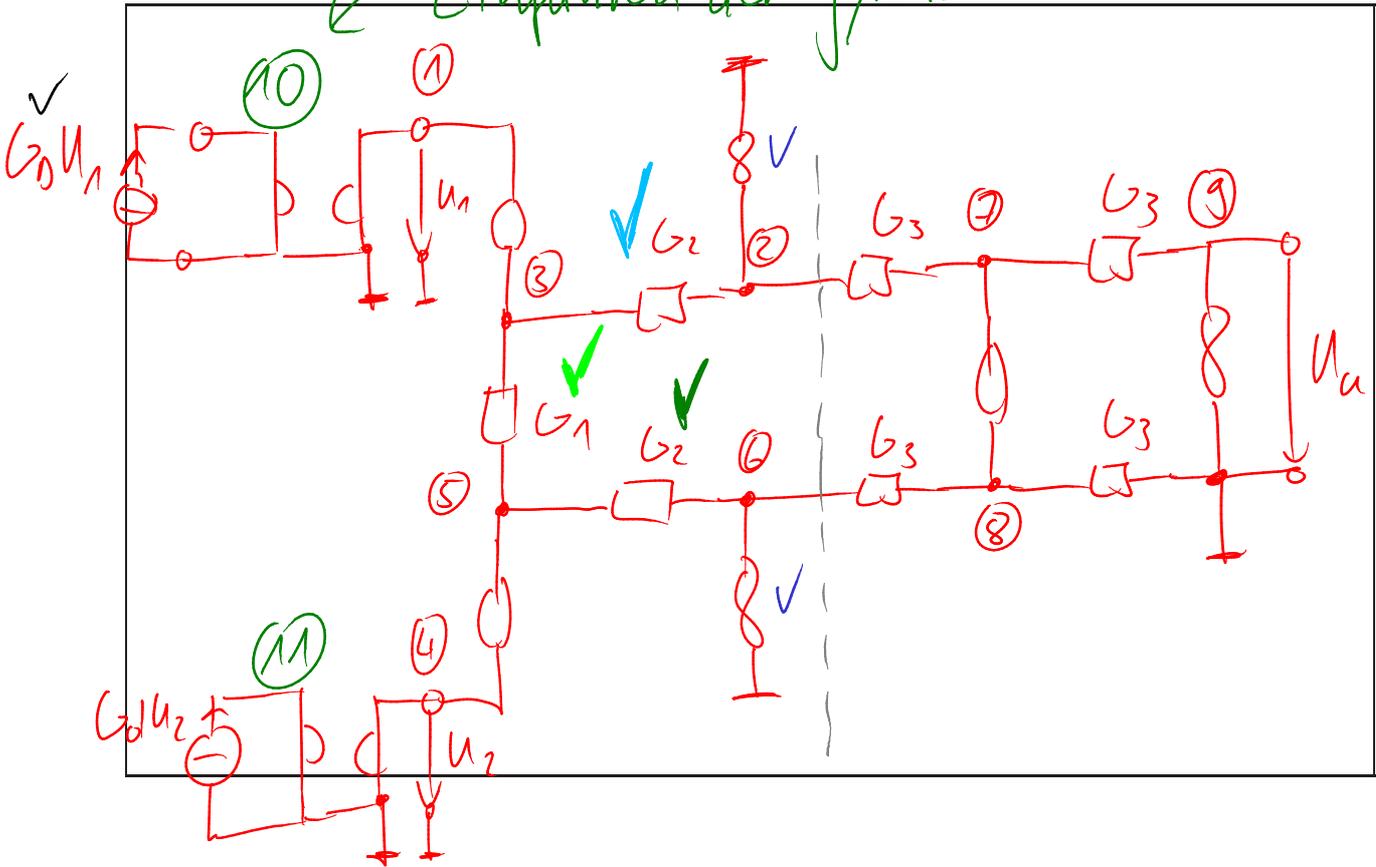
=> nur spannungsgesteuerte Elemente dürfen vorkommen; hier ist dies durch das vorhandensein der Spg-quellen U_1 und U_2 verleiht

b) Geben Sie eine Möglichkeit an, wie dieser Schritt erfolgen kann.

=> Serienschaltung von R und -R in Reihe
=> gyrator:

c) Zeichnen Sie die Schaltung, indem Sie die Operationsverstärker durch die entsprechenden Ersatzschaltbilder ersetzen und den Schritt aus Teilaufgabe a) bzw. b) durchführen. Übernehmen Sie dabei die Knotennummerierung von Bild 6, und geben Sie eventuell zusätzlich auftretenden Knoten die jeweils nächstgrößere, noch nicht benutzte Ziffer.

neue Knoten durch Einführen der Gyrateure



d) Stellen Sie nun den Knotenstromquellenvektor i'_q der reduzierten Knotenspannungsanalyse auf.



In den nächsten beiden Teilaufgaben soll nur eine Knotenspannungsanalyse bezüglich der **linken Teilschaltung**, die in Bild 6 in dem **gestrichelten Rahmen** enthalten ist, durchgeführt werden.

e) Tragen Sie die Elemente der Knotenleitwertmatrix Y'_{kl} für die Leitwerte G_1 und G_2 (beide!) in das folgende Lösungskästchen ein. Nummerieren Sie zusätzliche Zeilen und Spalten, die Sie benötigen, entsprechend Ihrer Nummerierung von Teilaufgabe c). Lassen Sie nicht benötigte Zeilen und Spalten einfach frei.

Nullator zw.

① + ③: Addition (1) + (3)

(4) + (5)

Spalte ① + ③

Name: Matrikel-Nr.:

Spalte ③ streichen

	1	2	3	4	5	6	10	11	
							$-G_D$		
1									
2		G_2	$-G_2$						
3		$-G_2$	$G_2 + G_1$		$-G_1$				
4							$-G_D$		
5			$-G_1$		$G_1 + G_2 - G_2$				
6					G_2	G_2			
10	G_D								
11				$+G_D$					

Nullator zwischen ② u. ③

Nullator zw. ⑥ u. ⑩

f) Berücksichtigen Sie jetzt die restlichen Elemente der linken Teilschaltung ebenfalls in obiger Knotenleitwertmatrix Y'_{kl} . Welche Dimension hat die resultierende Knotenleitwertmatrix Y_{kl} der linken Teilschaltung?

$\dim(Y_{kl}) = 6$

Das lineare Gleichungssystem des gesamten Instrumentenverstärkers sei für die restliche Aufgabe in Matrix-Vektor-Notation $\mathbf{Y}_k \cdot \mathbf{u}_k = \mathbf{i}_q$ gegeben.

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & -G_1 & & & & -G_d & \\ & & & & & & & -G_d \\ -G_1 & & G_1 + G_2 & -G_2 & & & & \\ & -G_3 & & & 2G_3 & -G_3 & & \\ & & & -G_3 & 2G_3 & & & \\ G_d & & & & & & & \\ & & G_d & & & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{k1} \\ u_{k2} \\ u_{k4} \\ u_{k6} \\ u_{k7} \\ u_{k9} \\ u_{k10} \\ u_{k11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ G_d U_1 \\ G_d U_2 \end{bmatrix}$$

Die Ausgangsspannung U_a soll nun in Abhängigkeit von U_1 und U_2 dargestellt werden:

$$U_a = f(U_1, U_2).$$

Aus obigem Gleichungssystem können alle Knotenspannungen der Schaltung in Abhängigkeit von U_1 und U_2 berechnet werden. Dazu sind zum Beispiel die Knotenspannungen zunächst durch andere Knotenspannungen auszudrücken, welche dann durch weitere linear unabhängige Gleichungen eliminiert werden können.

g)* Führen Sie diese Vorgehensweise exemplarisch durch, indem Sie u_{k7} in Abhängigkeit von u_{k2} und u_{k9} angeben. Drücken Sie außerdem U_1 und U_2 durch die entsprechenden Knotenspannungen aus.

$$u_{k7} = f(u_{k2}, u_{k9})$$

$$-G_3 u_{k2} + 2G_3 u_{k7} - G_3 u_{k9} = 0 \quad | : G_3$$

$$-u_{k2} + 2u_{k7} - u_{k9} = 0$$

$$\Rightarrow u_{k7} = \frac{1}{2} (u_{k2} + u_{k9}); \quad U_1 = u_{k1} \\ U_2 = u_{k4}$$

Auf diese Weise erhält man auch die folgenden Gleichungen:

$$u_{k2} = \left(\frac{G_1}{G_2} + 1 \right) U_1 - \frac{G_1}{G_2} U_2 \quad (2)$$

$$u_{k6} = \left(\frac{G_1}{G_2} + 1 \right) U_2 - \frac{G_1}{G_2} U_1 \quad (3)$$

$$u_{k9} = u_{k6} - u_{k2} \quad (4)$$

h)* Stellen Sie nun U_a in Abhängigkeit von U_1 und U_2 auf, indem Sie die Gleichungen (2),(3) und (4) kombinieren. Vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich!

Hinweis: Alternativ können Sie das Ergebnis auch by inspection durch Aufstellen von geeigneten Knoten- und Maschengleichungen herleiten.

$$\begin{aligned}
 U_a = u_{K9} &= u_{K6} - u_{K2} = \\
 &= \left(\frac{G_1}{G_2} + 1\right) U_2 - \frac{G_1}{G_2} U_1 - \left(\frac{G_1}{G_2} + 1\right) U_1 + \frac{G_1}{G_2} U_2 \\
 &= \left(2 \frac{G_1}{G_2} + 1\right) (U_2 - U_1)
 \end{aligned}$$

i) Wie groß müssen G_1 und G_2 gewählt werden, damit $U_a = U_2 - U_1$ gilt? $\nearrow U$

$$2 \frac{G_1}{G_2} + 1 \stackrel{!}{=} 1 \Leftrightarrow 2 \frac{G_1}{G_2} = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} 1. G_1 = 0 \wedge G_2 \neq 0 \\ 2. G_1 \neq \infty \wedge G_2 \rightarrow \infty \end{array}$$

j) Was bedeutet das für die Schaltung, und welche Werte nehmen u_{K2} und u_{K6} an? \downarrow KS

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow \text{Spannungsfolger} \\
 &u_{K2} = U_1 \\
 &u_{K6} = U_2
 \end{aligned}$$

k)* Aus welchem Grund ist die Verwendung von Op-Amp 1 und Op-Amp 2 trotzdem vorteilhaft?

$$\Rightarrow \text{keinerlei Belastung der Quelle}$$