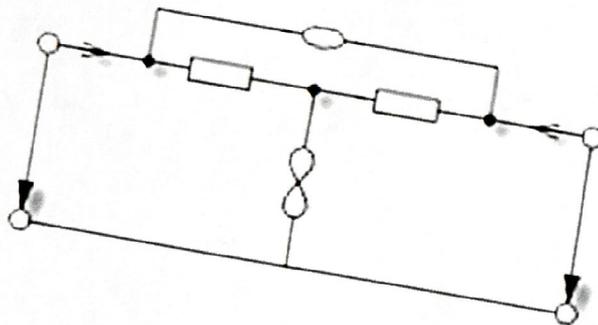


Schaltungstechnik I

Übungsklausur, 18/19.01.2010

Musterlösung

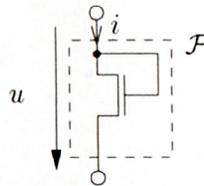


Es gibt 90 Punkte und 90 Minuten Zeit. Also ein Punkt pro Minute. Erlaubte Hilfsmittel sind: Schreibutensilien und 5 Blätter DIN-A4 Formelsammlung. Wir wünschen euch alles Gute bei der Probeklausur und natürlich auch für eure richtigen Klausuren. Bei Fragen könnt Ihr uns auch während der Semesterferien gerne per E-Mail erreichen:

- Fabian Steiner, <fabian.steiner@mytum.de>
- Bernd Huber, <berndhuber@mytum.de>

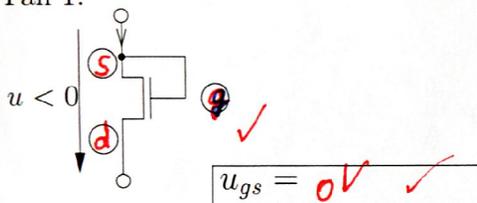
Aufgabe 1 (MOSFET als Eintor – 35Pt)

Gegeben sei ein nichtlinearer Zweipol \mathcal{F} , der sich aus folgender Beschaltung eines n-Kanal MOS-Transistors vom Anreicherungstyp ($U_{th} > 0$) ergibt. Der n-Kanal FET wird durch die gleichen Gleichungen wie unter Aufgabe 3 beschrieben.

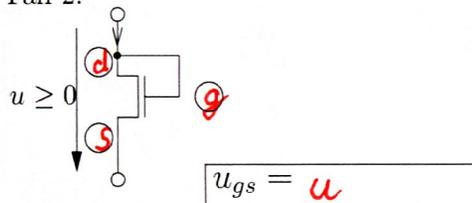


- Tragen Sie die (g), (s) und (d) - Anschlüsse des Transistors für den Fall $u < 0$ und $u > 0$ ein. Welchen Wert hat jeweils die Gate-Source-Spannung u_{gs} ? (eventuell als Funktion von u !)

Fall 1:



Fall 2:

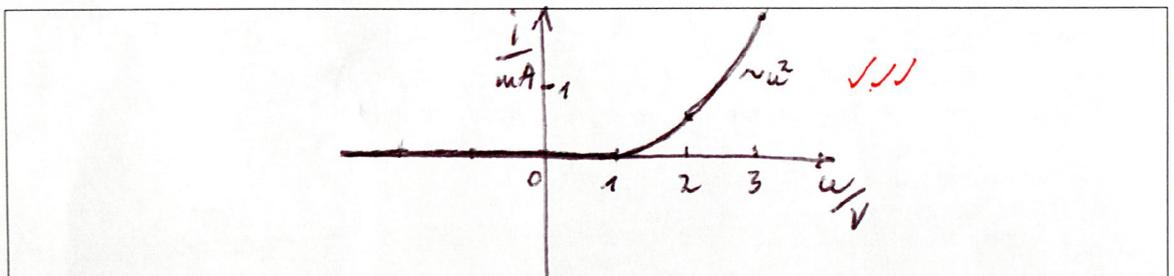


- Zeigen Sie nun, dass das Eintor folgende Leitwertsbeschreibung aufweist. Unterscheiden Sie dabei die Fälle $u < 0$, $0 < u < U_{th}$ und $u > U_{th}$.

$$i = g(u) = \begin{cases} 0 & u \leq U_{th} \\ \frac{1}{2}\beta(u_{gs} - U_{th})^2 & u > U_{th} \end{cases}$$

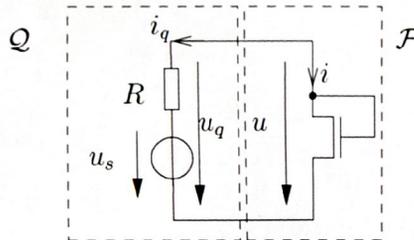
$u \leq 0 \Rightarrow u_{gs} = 0 \Rightarrow i = -i_d = 0 \checkmark$
 $U_{th} \geq u \geq 0 \Rightarrow u_{gs} = u \leq U_{th} \Rightarrow i = i_d = 0 \checkmark$
 $u \geq U_{th} \Rightarrow u_{gs} = u \geq U_{th}$, und $u_{ds} = u > u_{gs} - U_{th} \Rightarrow$ Sätt. Ber. \checkmark
 $\Rightarrow i = i_d = \frac{1}{2}\beta(u - U_{th})^2 \checkmark$

- Zeichnen Sie die Kennlinie des Eintors \mathcal{F} für den Fall $\beta = 1 \text{ mA/V}^2$ und $U_{th} = 1 \text{ V}$.



4. Bestimmen Sie allgemein eine Beschreibung für das duale Element zu \mathcal{F} bezüglich der Dualitätskonstante R_d als Funktion von U_{th} , β und R_d .

$$u_d = r_d(i_d) = \begin{cases} 0 & i_d \leq u_{th}/R_d \quad \checkmark \\ \frac{1}{2}\beta(A_d i_d - u_{th})^2 R_d & i_d \geq u_{th}/R_d \quad \checkmark \checkmark \end{cases}$$



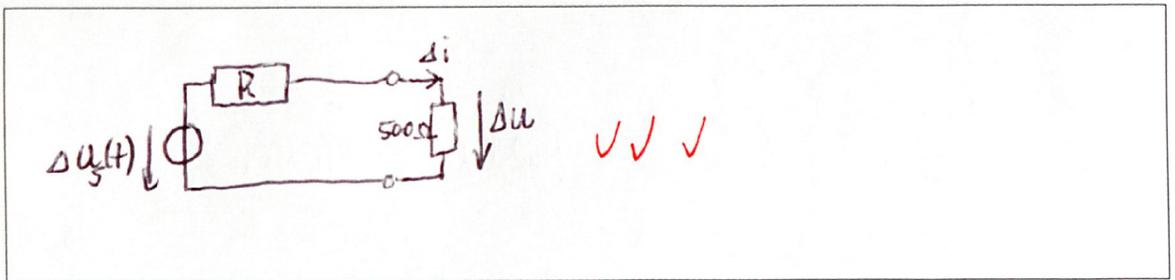
5. Bestimmen Sie rechnerisch den Arbeitspunkt U_{AP} , I_{AP} der Zusammenschaltung von Quelle und Eintor \mathcal{F} mit der Beschreibung aus obiger Gleichung. Es gelte $U_0 = 5V$, $\Delta u_s(t) = 0$, $R = 1k\Omega$, $\beta = 1mA/V^2$ und $U_{th} = 1V$.

$$\begin{aligned} U_0 \geq U_{th} &\Rightarrow i = (U_0 - u)/R = \frac{1}{2}\beta(u - U_{th})^2 \quad \checkmark \\ \Rightarrow U_0 - u - R\frac{\beta}{2}u^2 - \frac{R\beta}{2}U_{th}^2 + R\beta u U_{th} &= 0 \quad \checkmark \checkmark \\ \Rightarrow \frac{9}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{u}{V}\right)^2 &= 0 \Rightarrow u = \pm 3V \quad \checkmark \checkmark; U_{AP} = 3V \text{ da } u \text{ gr\u00f6\u00dfer als } U_{th} \text{ reinsteht!} \quad \checkmark \\ I_{AP} &= 2mA \quad \checkmark \end{aligned}$$

6. Leiten Sie eine linearisierte Beschreibung von \mathcal{F} im Arbeitspunkt mit den Zahlenwerten aus der vorherigen Teilaufgabe her.

$$\begin{aligned} i &= I_{AP} + \left. \frac{dg(u)}{du} \right|_{AP} (u - U_{AP}) \quad \checkmark \\ \text{KS-Leitwert } g &= \left. \frac{dg(u)}{du} \right|_{AP} \quad \checkmark = \beta(U_{AP} - U_{th}) = 2mS \quad \checkmark \\ \Rightarrow i &= (I_{AP} - g U_{AP}) + g u = -4mA + 2mS \cdot u \quad \checkmark \checkmark \end{aligned}$$

7. Nun soll das Kleinsignalverhalten der gesamten Schaltung betrachtet werden, mit $\Delta u(t) \neq 0$. Geben Sie ein Kleinsignal-Ersatzschaltbild (KS-ESB) der gesamten Schaltung an.



8. Berechnen Sie, mit den Zahlenwerte aus den vorangegangenen Teilaufgaben, mittels der Kleinsignalnäherung die Spannung $u(t)$ in Abhängigkeit der Zeit, wenn $u_s(t) = 5V + 0.12V \cos(\omega t)$.

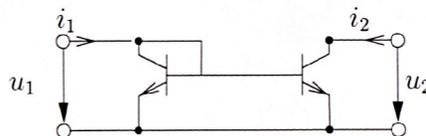
Am KS-ESB liest man ab:

$$\Delta i(A) = \frac{\Delta u_s(t)}{R+r} \Rightarrow \Delta u(t) = \frac{r}{R+r} \Delta u_s(t) = \frac{500}{1500} \cdot 0.12V \cdot \cos(\omega t) = 0.04V \cdot \cos(\omega t) \checkmark$$

$$\Rightarrow u(t) = U_{AP} + \Delta u(t) = 3V + 0.04V \cos(\omega t) \checkmark$$

Aufgabe 2 (Stromspiegel) – 10Pt

Gegeben sei das folgende nichtlineare Zweitor:

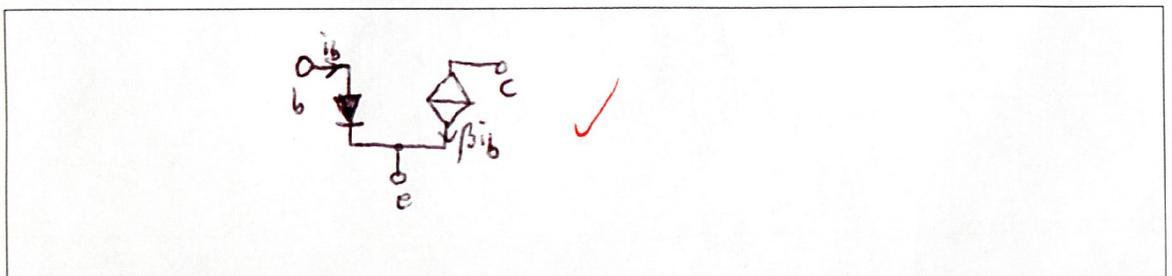


Durch die äußere Beschaltung des Zweitors sei sichergestellt, daß sich beide Transistoren im Vorwärtsbetrieb befinden und identische Eigenschaften haben.

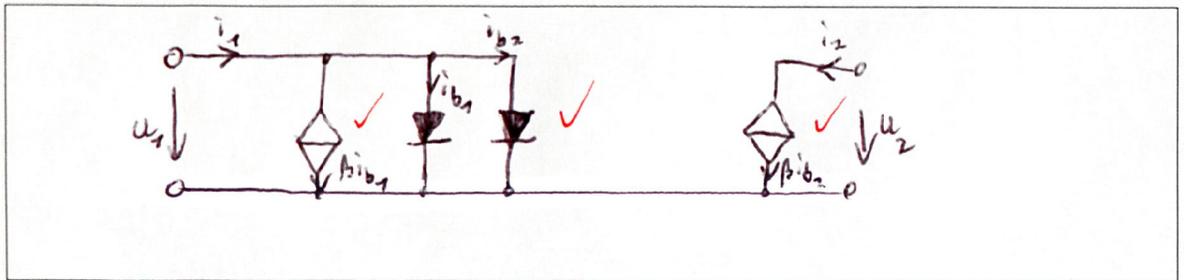
1. Wie sollte sich ein idealer Stromspiegel verhalten? Durch welche Torgleichungen wird er beschrieben und wie lassen sich diese schaltungstechnisch realisieren?

Strom skalieren, Realisierung durch ISI: Kettenmatrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\beta} \end{bmatrix}$ ✓✓

2. Zeichnen Sie das Großsignal-Ersatzschaltbild des npn-Transistors im Vorwärtsbetrieb.



3. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Zweitors unter Verwendung des Transistor-Ersatzschaltbildes aus Teilaufgabe 1).



Im folgenden soll die Leitwertsbeschreibung des Zweitors bestimmt werden. **Hinweis:** Verwenden Sie das Ersatzschaltbild aus Teilaufgabe ~~b~~ 3.

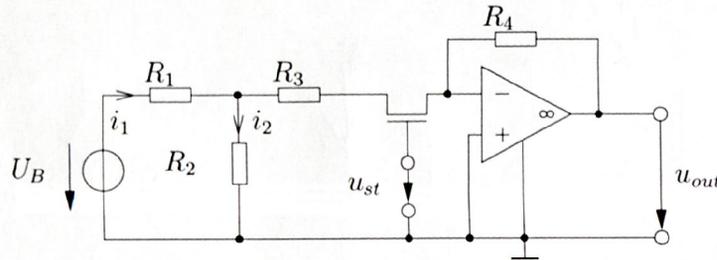
4. Bestimmen Sie i_1 in Abhängigkeit von u_1 .

$$i_1 = i_{b1} + i_{b2} + \beta i_{b1} = (\beta + 2) I_s (\exp(u_1/u_T) - 1) \quad \checkmark \checkmark$$

5. Bestimmen Sie i_2 in Abhängigkeit von u_1 .

$$i_2 = \beta i_{b2} = \beta I_s (\exp(u_1/u_T) - 1) \quad \checkmark \checkmark$$

Aufgabe 3 (Operationsverstärker mit MOSFET – 45Pt)



Sei U_B , $R_1 = R_2 = R_4 = 2R$ und $R_3 = R$ gegeben. Der Operationsverstärker arbeite im linearen Bereich. Für den FET gelte folgende Leitwertbeschreibung:

$$i_g = 0$$

$$i_d = \begin{cases} 0 & U_{gs} - 1V \leq 0 \\ \beta((u_{gs} - 1V)u_{ds} - \frac{1}{2}u_{ds}^2) & 0 \leq u_{gs} - 1V \leq u_{ds} \\ \frac{1}{2}\beta(u_{gs} - 1V)^2 & 0 \leq u_{gs} - 1V \leq u_{ds} \end{cases}$$

1. Begründen Sie, warum der linke Anschluss des FETs der Drain-Anschluss sein muss.

$U_B > 0 \rightarrow$ am linken Anschluss positive Knotenspannung, der rechte Anschluss liegt an virtueller Masse. $u_{ds} \geq 0 \Rightarrow$ links Drain ✓✓

2. Welche Beziehung besteht zwischen i_1, i_2, i_d ?

$i_1 = i_2 + i_d$ ✓

3. Geben Sie i_2 in Abhängigkeit von i_d , u_{ds} und R an und berechnen Sie daraus i_1 in Abhängigkeit dieser Größen.

$U_{R2} = U_{R3} + u_{ds} \Rightarrow R_2 i_2 = R_3 i_d + u_{ds} \Rightarrow i_2 = \frac{R_3}{R_2} i_d + \frac{1}{R_2} u_{ds}$ ✓
 $= \frac{1}{2} \frac{R}{R} i_d + \frac{1}{2R} u_{ds} = \frac{1}{2} i_d + \frac{1}{2R} u_{ds}$ ✓
 $i_1 = \frac{3}{2} i_d + \frac{1}{2R} u_{ds}$ ✓✓

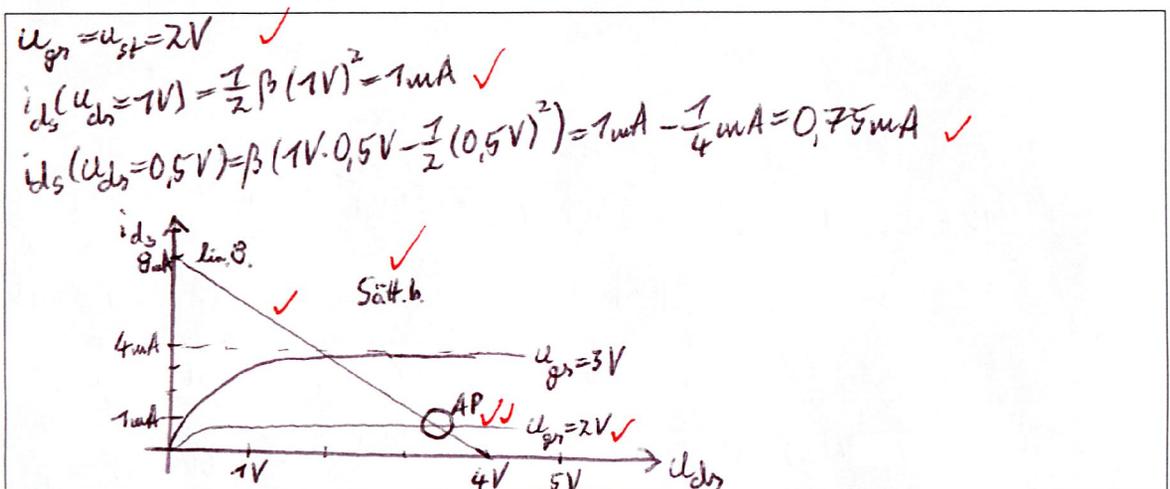
4. Bestimmen Sie die virtuelle Quellengleichung der vorliegenden Schaltung. Finden Sie hierzu einen Ausdruck für u_{ds} in Abhängigkeit von U_B , R , i_d .

$$U_B = R_1 i_d + R_3 i_d + u_{ds} = \frac{3}{2} \cdot 2R i_d + \frac{2R}{2R} u_{ds} + R i_d + u_{ds} = 4R i_d + 2u_{ds} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow u_{ds} = \frac{U_B}{2} - 2R i_d \quad \checkmark$$

Nun sei $\beta = 2 \cdot 10^{-3} \frac{A}{V^2}$, $u_{st} = 2V$, $R = 250\Omega$ und $U_B = 8V$.

5. Geben Sie u_{gs} an und zeichnen Sie die zugehörige $u_{ds} - i_d$ -Kennlinie. Berechnen Sie dazu zumindest ~~keine~~ ^{zwei} geeignete Funktionswerte. Kennzeichnen Sie im Diagramm die verschiedenen Arbeitsbereiche. (Wählen Sie als Wertebereich für die u_{ds} -Achse [0V; 5V] und für die i_d -Achse [0mA; 10mA].)



6. Zeichnen Sie die virtuelle Quellenkennlinie in das $u_{ds} - i_d$ -Diagramm ein und markiere den Arbeitspunkt des FET. In welchem Bereich arbeitet der FET?

$$u_{ds} = 4V - 0,5 \cdot 10^3 \Omega \cdot i_{ds} \quad \checkmark \rightarrow \text{Sättigungsbereich} \quad \checkmark$$

7. ~~Sie~~ ^{Gehen Sie} u_{out} in Abhängigkeit von i_d an.

$$u_{out} = -R_4 \cdot i_d = -500\Omega \cdot i_d \quad \checkmark$$

8. Bestimmen Sie i_d am Arbeitspunkt graphisch und ^{berechnen Sie} ~~berechnen Sie~~ daraus u_{out} .

$$i_{d|AP} = 1mA \quad \checkmark$$

$$u_{out|AP} = -0,5k\Omega \cdot 1mA = -0,5V \quad \checkmark$$

9. Für welche Werte von u_{st} arbeitet der FET im Sperr-, linearen und Sättigungsbereich? Zeichnen Sie die FET Kennlinie für den Grenzfall zwischen lin. Sättigungsbereich in das Diagramm ein.

u
und

Sperrbereich für $u_{st} \leq -1V$ ✓

lin.B./Sätt.b.:
 Übergang bei $u_{ds} = u_{gs} - 1V \Rightarrow i_d = \frac{1}{2} \beta u_{ds}^2$, $u_{ds} = \frac{U_B}{2} - 2R i_d \Rightarrow i_d = \frac{U_B}{4R} - \frac{u_{ds}}{2R}$ ✓✓

$$\frac{1}{2} \beta u_{ds}^2 = \frac{U_B}{4R} - \frac{u_{ds}}{2R} \Rightarrow \beta R u_{ds}^2 + u_{ds} - \frac{U_B}{2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2V} u_{ds}^2 + u_{ds} - 4V = 0 \quad \checkmark \checkmark$$

$$u_{ds, 1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 1}{2V} \cdot 4V}}{\frac{2 \cdot 1}{2V}} = -1V \pm 3V = 2V, \text{ da } u_{ds} \geq 0 \text{ immer gilt!}$$

$\Rightarrow u_{ds, krit} = 2V \Rightarrow u_{st, krit} = 3V; i_{d, krit} = \frac{1}{2} \beta u_{ds, krit}^2 = 4mA$ ✓✓✓

10. Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen u_{out} und u_{st} auf (Fallunterscheidung!) und lösen Sie ihn für Sperr- und Sättigungsbereich nach u_{out} auf. Wie verhält sich u_{out} für große u_{st} ?

$u_{st} \leq -1V: u_{out} = -2R i_d = 0$ ✓

$-1V < u_{st} \leq 3V: u_{out} = -2R \frac{\beta}{2} (u_{st} - 1V)^2 = -\frac{1}{2} kVA^{-1} \cdot 1mA V^{-2} (u_{st} - 1V)^2 = -\frac{1}{2} (u_{st} - 1V)^2 V$ ✓✓

$3V < u_{st}: u_{out} = -2R \beta (u_{st} - 1V) u_{ds} - \frac{1}{2} u_{ds}^2; u_{ds} = \frac{U_B}{2} - 2R i_d = \frac{U_B}{2} + u_{out} = 4V + u_{out}$ ✓

$\Rightarrow u_{out} = -1V \cdot \left((u_{st} - 1V) \cdot (4V + u_{out}) - \frac{1}{2} \cdot (4V + u_{out})^2 \right)$

$\Rightarrow (u_{out} + 1V) = (u_{st} - 1V) 4V + (u_{st} - 1V) u_{out} - \frac{1}{2} (16V^2 + 8V \cdot u_{out} + u_{out}^2)$

$\Rightarrow -1V \cdot u_{out} = 4V \cdot u_{st} - 4V^2 + u_{st} \cdot u_{out} - 1V \cdot u_{out} - 8V^2 - 4V \cdot u_{out} - \frac{1}{2} u_{out}^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2} u_{out}^2 + 4V \cdot u_{out} - u_{st} \cdot u_{out} - 4V \cdot u_{st} + 12V^2 = 0$ ✓✓✓

$\lim_{u_{st} \rightarrow \infty} \frac{0,5 u_{out}^2}{u_{st}} + \frac{4V \cdot u_{out}}{u_{st}} - u_{out} - 4V + \frac{12V^2}{u_{st}} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow u_{out} = -4V$ ✓✓

* zu 9. \Rightarrow Sperrbereich für $u_{st} \leq -1V$; Sättigungsbereich für $-1V < u_{st} \leq 3V$;
 lin.B. für $3V < u_{st}$