



Fabian Steiner

Thema: Wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion

Aufgabe 1 (Klausur Stochastische Signale SoSe 2009)

Gegeben sei eine Bernoulli-verteilte Zufallsvariable X mit der Zähldichte:

$$P(\{X = k\}) = \begin{cases} q & k = 1, \\ 1 - q & k = 0, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Bestimme die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion $G_X(z)$ der Zähldichte $P(\{X = k\})$.
- Null soll die Zufallsvariable

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i$$

untersucht werden, wobei die X_i iid. seien. Bestimme nun $G_Y(z)$.

- Die Zähldichte der Zufallsvariablen Y sei nun gegeben als

$$P(\{Y = k\}) = \begin{cases} \binom{n}{k} q^k (1 - q)^{n-k}, & k \in \mathcal{N}, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Welche Werte kann die Zufallsvariable Y annehmen? Wie lautet also \mathcal{N} ?

- Bestimme nun $G_Y(z)$ direkt aus der Zähldichte $P(\{Y = k\})$. Benutze hierbei die allgemeine binomische Formel $(a + b)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} a^i b^{n-i}$.
- Berechne $E[Y]$ mit Hilfe von $G_Y(z)$.
- Berechne $\text{Var}[Y]$ mit Hilfe von $G_Y(z)$.

Aufgabe 2: Allgemeine Fragen

	r	f
Eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion kann Werte größer als eins annehmen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Bei Zufallsvariablen mit symmetrischer Zähldichte gilt $P(\{X \leq 0\}) = 0.5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Seien A und B zwei Ereignisse mit $B \subset A$, so gilt $P(A \cup B^C) = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Konzept der wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktion findet bei diskreten nicht-negativen Zufallsvariablen Anwendung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Zwei Zufallsvariablen X und Y heißen unkorreliert, wenn ihr Korrelationswert $E[XY]$ Null ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Produktes zweier Zufallsvariablen erhält man durch Faltung ihrer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>