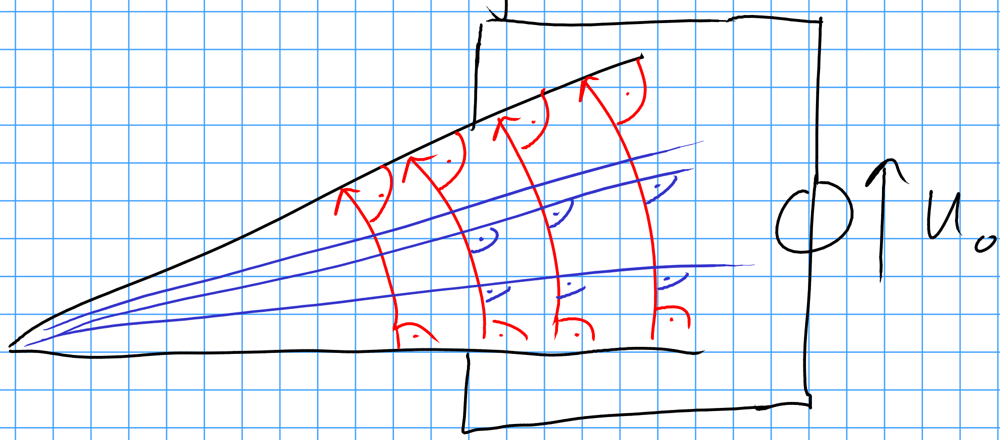
Blatt 8 – Zusatzaufgabe

a)



→ Feldlinien stehen auf den Äquipotential-flächen senkrecht

→ Äquipotentiallinien (hier nicht explizit gefragt, aber häufig gefordert); wichtige Eigenschaft: auf Feldlinien senkrecht

b) $$U_0 = \int_0^{\varphi_0} \vec{E}\, d\vec{r} = \int_0^{\varphi_0} E_\varphi(r)\, \vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_\varphi\, r\, d\varphi =$$

in der Springer FS für Zylinderkoordinaten nachschlagen

$$= E_\varphi(r) \cdot r \cdot \varphi_0$$

$$\Rightarrow E_\varphi(r) = \frac{U_0}{r\varphi_0} \quad ; \quad \vec{E} = E_\varphi(r) \cdot \vec{e}_\varphi$$

c) $$Q = \iint_{\partial V} \vec{D}\, d\vec{a} = \iint_{\partial V} \varepsilon \vec{E}\, d\vec{a}$$ → Gaußsches Gesetz

d) $$Q = \iint \vec{D}\, d\vec{a} = \int_0^L \int_{r_1}^{r_2} \varepsilon E_\varphi(r)\, \vec{e}_\varphi \cdot \vec{e}_\varphi\, dr\, dz =$$

$$= \int_0^L \int_{r_1}^{r_2} \varepsilon \frac{U_0}{r\varphi_0} \, dr \, dz = \varepsilon \frac{LU_0}{\varphi_0} \left[\ln r\right]_{r_1}^{r_2} =$$

$$= \varepsilon \frac{LU_0}{\varphi_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

e) $C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon L}{\varphi_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$

<u>Entscheidend:</u> wieder nur Geometrie-Parameter

f) $w(r,\varphi) = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \varepsilon |\vec{E}|^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \frac{U_0^2}{r^2 \varphi_0^2}$

über $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

g) $W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon L}{\varphi_0} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) U_0^2$

h) Ergebnis hier sollte den gleichen Wert wie in g) liefern:

$$W = \int_0^L \int_0^{\varphi_0} \int_{r_1}^{r_2} w_{el} \, dV = \int_0^L \int_0^{\varphi_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{2} \varepsilon \frac{U_0^2}{r^2 \varphi_0^2} \underbrace{r \, dr \, d\varphi \, dz}_{\text{FS S. 247ff}} =$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon \frac{U_0^2}{\varphi_0^2} \left[\ln r\right]_{r_1}^{r_2} L \varphi_0 =$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon L \frac{U_0^2}{\varphi_0} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \Rightarrow \text{Passt} \; ☺$$